

PROBLEMI NELLA VALUTAZIONE DELL'AZIMUTH

F. MENCARAGLIA

ABSTRACT. In questa nota si prende in considerazione l'errore causato dall'assetto della piattaforma nella valutazione del puntamento mediante l'uso di magnetometri; come riferimento particolare si considera la piattaforma **IBEX**.

1. INTRODUZIONE

Scopo di questa nota é di stimare quanto la valutazione dell'azimuth di una piattaforma possa essere influenzata dall'assetto della piattaforma stessa. In quanto segue assumeremo, salvo specifica contraria, che

- la misura venga fatta mediante l'uso di un magnetometro a due assi (perpendicolari tra loro)
- la piattaforma abbia un asse privilegiato (quello che deve puntare in una direzione prefissata)
- uno dei due assi del magnetometro sia orientato lungo tale direzione).

1.1. **Il campo magnetico terrestre.** Ricordiamo che in un qualsiasi punto dello spazio il campo magnetico é definito da tre componenti, vedi Fig. 1; la deviazione della componente orizzontale dal meridiano locale (*declinazione*) é rappresentata nella Fig. 2, mentre nella Fig. 3 viene rappresentata la deviazione del campo rispetto alla orizzontale locale (*inclinazione*).

1.2. **Parametri di assetto della piattaforma.** L'assetto della piattaforma, considerata come un corpo rigido, pu essere definito mediante i tre angoli di Eulero (*roll, pitch, yaw*) meglio descritti nella Fig. 4.

1.3. **Definizione del problema.** Il problema che vogliamo discutere è, ricordiamo, come l'assetto della piattaforma possa influenzare la valutazione dell'azimuth. All'origine dell'errore, come vedremo piú in dettaglio di seguito, c'è il *rimescolamento* della componente verticale del campo magnetico con la componente orizzontale, rimescolamento che non pu essere corretto quando si usa un magnetometro a due assi. L'azimuth della piattaforma viene valutato mediante una misura

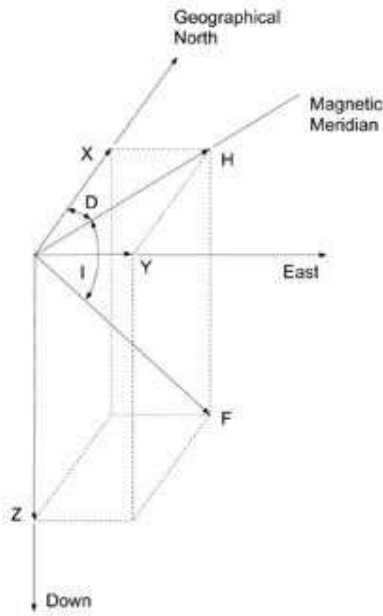


FIGURE 1. Coordinate magnetiche

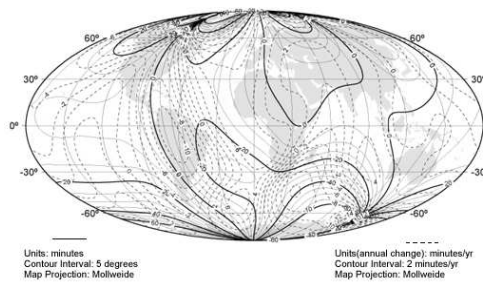


FIGURE 2. Declinazione magnetica

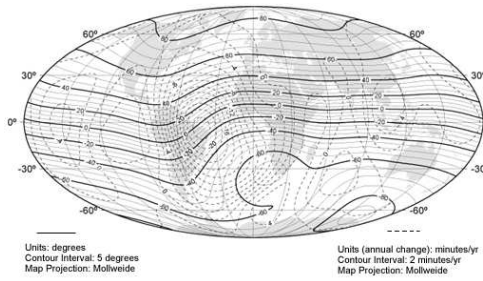


FIGURE 3. Inclinazione magnetica

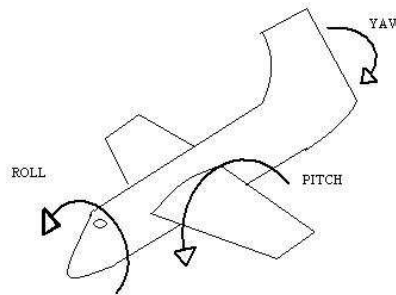


FIGURE 4. Angoli di Eulero

dell'orientamento rispetto al campo magnetico locale; poichè il polo magnetico non coincide con quello geografico, l'azimuth magnetico misurato con la bussola (magnetometro) deve poi essere corretto per la declinazione magnetica locale (vedi Fig. 2). Quest'ultima può essere stimata (assieme a tutti gli altri parametri che definiscono il campo magnetico) sia da misure che da modelli reperibili in rete e scaricati su PC locali. Il sistema di coordinate generalmente adottato è schematizzato in Fig. 5.

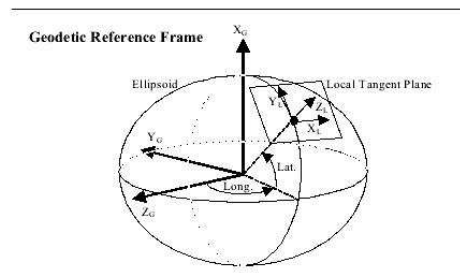


FIGURE 5. Sistema di riferimento geodetico

1.4. **Il caso di IBEX.** Per la piattaforma **IBEX** abbiamo utilizzato un magnetometro a due assi¹ ed abbiamo ipotizzato nei vari passaggi di calibrazione e misura che tali assi giacessero su un piano orizzontale (normale alla direzione nadir \Leftrightarrow zenith); in questo caso la componente del campo magnetico lungo la verticale locale non influenza la misura. La situazione è schematizzata in Fig. 6.

¹Le specifiche sono conosciute da Andrea

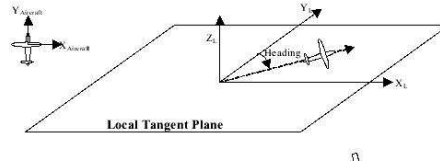


FIGURE 6. Sistema di riferimento piano

1.5. Calibrazione Magnetometro. Supponiamo dover calibrare il nostro magnetometro a due assi. Per quello abbiamo seguito (molto schematicamente) la seguente procedura:

- (1) il magnetometro viene montato sulla piattaforma di cui vogliamo conoscere l'orientamento; in questa fase la cosa importante è che i due assi del magnetometro siano su un piano orizzontale.
- (2) alla piattaforma viene collegato un encoder che misuri gli angoli di rotazione
- (3) si misurano i valori del campo magnetico S_X ed S_Y in funzione degli angoli letti dall'encoder². Il Nord magnetico è definito dalla direzione che rende massimo B_Y e che annulla B_X ; una misura ottica (utilizzando come riferimento la Polare) permette a questo punto di valutare la declinazione magnetica locale e di posizionare il Nord geografico nelle letture dell'encoder (o, il che è analogo, nelle letture B_X ed B_Y). Una seconda misura, sempre con riferimento esterno, permette di valutare di quanto l'asse della piattaforma è discosto dalla direzione definita dal magnetometro.

Nella fase di calibrazione è fondamentale che la rotazione della piattaforma avvenga attorno ad un asse verticale (nadir \Leftrightarrow zenith); Nel caso di **IBEX**, la *messa in bolla* stata fatta sul supporto fisso al suolo e che conteneva l'encoder. Poich la piattaforma era sospesa lecito avere dei sospetti sulla sua orizzontalità nel corso della calibrazione e per questo sono state fatti diversi *giri di bussola*. A questo punto il puntamento ed il suo mantenimento, sempre che si continui a lavorare su un piano orizzontale, sono ovvi. Detto α l'angolo a cui vogliamo puntare (rispetto al nord geografico) e detta δ la declinazione locale, la piattaforma deve puntare all'angolo $\phi = \alpha + \delta$ rispetto al nord magnetico. Il sistema deve pertanto ruotare la piattaforma fino a che i segnali lungo i due

²In realtà quello che misuriamo sono i valori normalizzato al modulo della componente orizzontale del vettore campo magnetico e cioè $B_X = S_X/S_H$, $B_Y = S_Y/S_H$ dove $S_H = \sqrt{(S_X^2 + S_Y^2)}$

assi del magnetometro non siano rispettivamente

$$B_Y = \cos\phi$$

$$B_X = \sin\phi$$

e mantenerli costanti mediante reazioni di feed-back negativo quando ci si allontana da questi valori. Se si preferisce dalla misura sui due assi del magnetometro si ricava l'azimuth geografico mediante la relazione³

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{B_X}{B_Y} \right)$$

2. SPOSTAMENTO DA ORIZZONTALE

2.1. Effetto del pitch. Passiamo adesso a verificare cosa accade nel momento in cui il piano definito dai due assi del magnetometro non è più orizzontale e partiamo dall'effetto del pitch come schematizzato in Fig 7. Poichè in IBEX la direzione in cui vogliamo puntare è il Nord geografico⁴ saremo in generale lungo una direzione che non coincide con il locale meridiano magnetico. I segnali sulle due bobine diventano

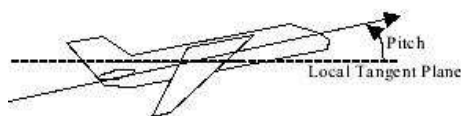


FIGURE 7. Effetto dovuto a *pitch* non nullo

$$B_Y = B_H * \sin\phi$$

$$B_X = B_H \cos\phi * \cos\gamma + B_V \sin\gamma$$

dove B_V è il campo lungo la verticale, B_H il campo lungo l'orizzontale e γ è l'angolo di pitch.

La declinazione valutata a partire da queste misure sarà:

$$\begin{aligned} \phi' &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{B_H \sin\phi}{B_H \cos\phi + B_V \sin\gamma} \\ &= \operatorname{tg}^{-1} \left[\operatorname{tg}\phi * \left(1 + \frac{B_V \sin\gamma}{B_H \cos\phi} \right)^{-1} \right] \end{aligned}$$

³In realtà la relazione è leggermente più complessa se operiamo su 4 quadranti e cioè nel range $0 - 2\pi$

⁴In realtà la direzione privilegiata è il terminatore, ma questo si riduce ad un offset costante ininfluente ai fini della presente discussione

L'errore dipende dall'angolo di pitch e dal rapporto tra le componenti verticali ed orizzontali del campo. Per misure che abbiamo fatto alla latitudine di Milo $B_V/B_H \sim 1.34$ (vedi tabella qui sotto ricavata con il programma *geomag*, $\gamma < 0.03$ ⁵ $\phi < 0.05$ ⁶, per cui il termine di correzione $\frac{B_V \sin\gamma}{B_H \cos\phi}$ è inferiore al 5%. Notare che se ϕ è nullo, e cioè il magnetometro per costruzione ha una delle bobine orientate lungo il meridiano magnetico, l'effetto del pitch sulla declinazione è nullo perchè la seconda bobina (normale al meridiano magnetico) non sente in alcun modo la componente verticale del campo magnetico.

LATITUDE	38.00 DEG
LONGITUDE	12.00 DEG
ALTITUDE	39000.00 METERS
DATE	2002.0

TABLE 1. Valori usati per i calcoli relativi ad IBEX

Passiamo adesso al caso in cui l'effetto dell'assetto sia definito dal roll

Component	mean value	annual change
TI	43685 nT	25 nT/yr
HI	26107 nT	6 nT/yr
X	26101 nT	5 nT/yr
Y	544 nT	38 nT/yr
Z	35026 nT	27 nT/yr
DEC	1.19 DEG	5.05 MIN/yr
DIP	53.30 DEG	0.86 MIN/yr

TABLE 2. Valori del campo magnetico relativi ad IBEX

Il segnale della bobina X (direzione definita da naso-coda) non cambia e resta quello definito da $B_H \cos\phi$ (B_H è il modulo del campo sul piano orizzontale); il segnale della bobina Y diventa invece

$$B_X = B_H \cos\phi$$

$$B_Y = B_H \sin\phi \cos\psi + B_V \sin\psi$$

⁵Le oscillazioni della gondola non possono superare i 2° altrimenti la SAP cessa di funzionare

⁶L'angolo di puntamento rispetto al nord geografico è entro i 3°

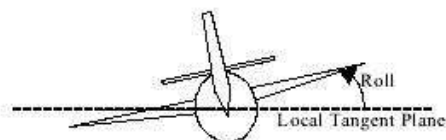


FIGURE 8. Effetto dovuto a *roll* non nullo

dove ψ è l'angolo di roll; la declinazione valutata sarà data da

$$\begin{aligned}\phi'' &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{B_H \sin\phi \cos\psi + B_V \sin\psi}{B_H \cos\phi} \right) \\ &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\operatorname{tg}\phi \cos\psi + \frac{B_V \sin\psi}{B_H \sin\phi} \right)\end{aligned}$$

Nel caso che ci interessa, Milo, l'errore è notevole; usando i valori indicati nella tabella precedente si noterà che basta un roll di 1° per raddoppiare il campo segnalato dalla bobina trasversale; in valore assoluto l'errore resta comunque limitato entro le nostre specifiche.

2.2. Angoli piccoli. Prima di andare oltre è interessante fare una osservazione; riprendiamo le formule per la declinazione; nel caso di angoli piccoli (sia per i tilts della piattaforma che per la declinazione)

$$\begin{aligned}\phi' &= \frac{\phi}{1 + \gamma \operatorname{tg}\delta} \\ \phi'' &= \phi + \psi \operatorname{tg}\delta\end{aligned}$$

dove δ è la inclinazione magnetica. Come si vede l'errore sulla declinazione valutata rispetto a quella vera è al massimo dell'ordine di 1.3ψ in caso di roll ed è un termine additivo; in caso di pitch invece la correzione è moltiplicativa ed al massimo pari ad un fattore $\frac{1}{1+1.3\gamma}$.

2.3. Dati di IBEX. Dalle misure del magnetometro le correzioni non superano $\pm 0.03^\circ$, vedi Fig. 9; se queste correzioni sono dovute in massima parte all'effetto del tilt della piattaforma (oscillazioni), ne consegue che le oscillazioni della piattaforma sono ben al di sotto della soglia a cui la SAP non funziona.

I valori di correzione per le oscillazioni della linea di vista (nel nostro caso: pitch) a loro volta sono nella fascia $\pm 0.015^\circ$; ricordando il valore di correzione 1.3 le stime per gli errori in puntamento legate ai tilts si aggirano attorno a $\pm 0.02^\circ$ in ottimo accordo con quanto le correzioni di puntamento (Fig. 10.

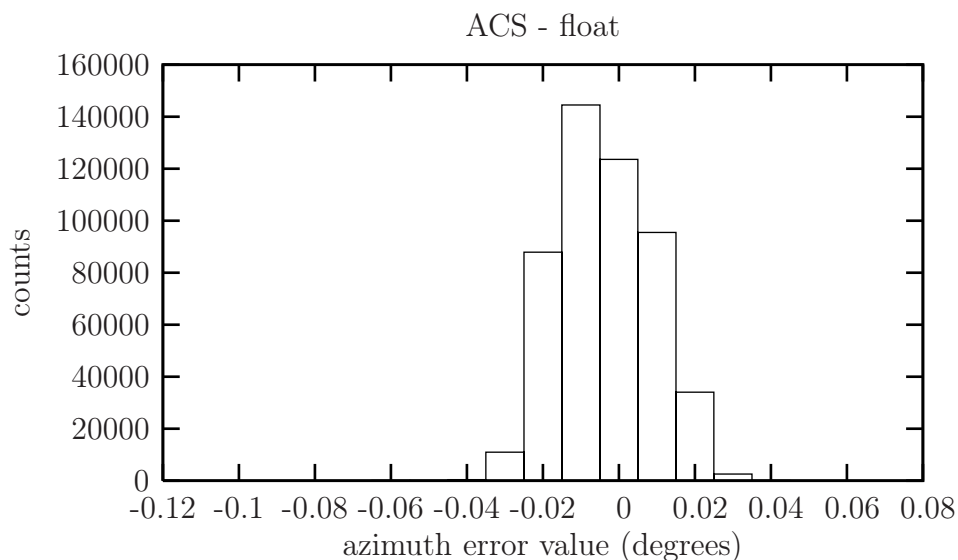


FIGURE 9. Distribuzione dell'errore di puntamento

L'accordo è visibile anche dal confronto degli spettri di rumore della correzione in azimuth (Fig. 11) e della correzione operata da giroscopio (Fig. 12).

2.4. Effetto di Roll + Pitch. La combinazione degli effetti di roll e pitch può essere stimata a partire dalle relazioni

$$\begin{aligned}
 B_x &= X \cos \gamma + Y \sin \gamma \sin \psi + Z \sin \gamma \cos \psi \\
 B_y &= Y \cos \psi - Z \sin \psi \\
 B_z &= -X \sin \gamma + Y \sin \gamma \cos \psi + Z \cos \gamma \cos \psi
 \end{aligned}$$

dove i simboli hanno i significati già definiti.

Su questa base è stato scritto un semplice programmino in C che valuta l'errore di declinazione come

$$\epsilon = \operatorname{tg}^{-1} \frac{B_x}{B_z} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{X}{Z}$$

I valori X, Y e Z sono calcolati a partire dalle coordinate (latitudine, longitudine, quota, data del volo) mediante il programma *geomag*; il tutto è contenuto in uno script bash

Una verifica della attendibilità è stata fatta sulla base di alcuni risultati riportati in rete

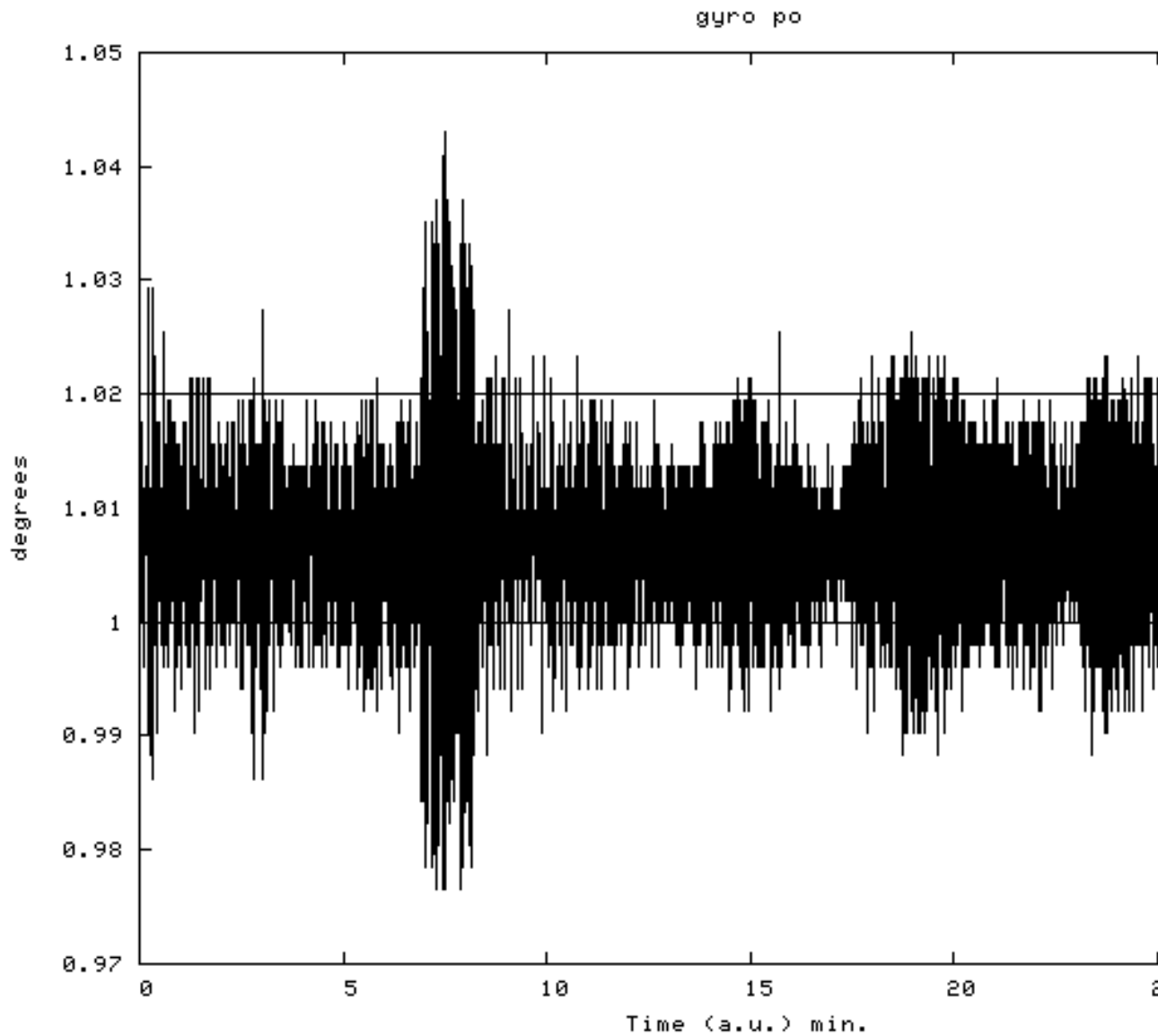


FIGURE 10. Errore di limb scan secondo il gyro

3. PROGRAMMA DI CALCOLO

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
int optarg;
main(int argc, char **argv) {
float x, y, z; /* magnetic field components */
```

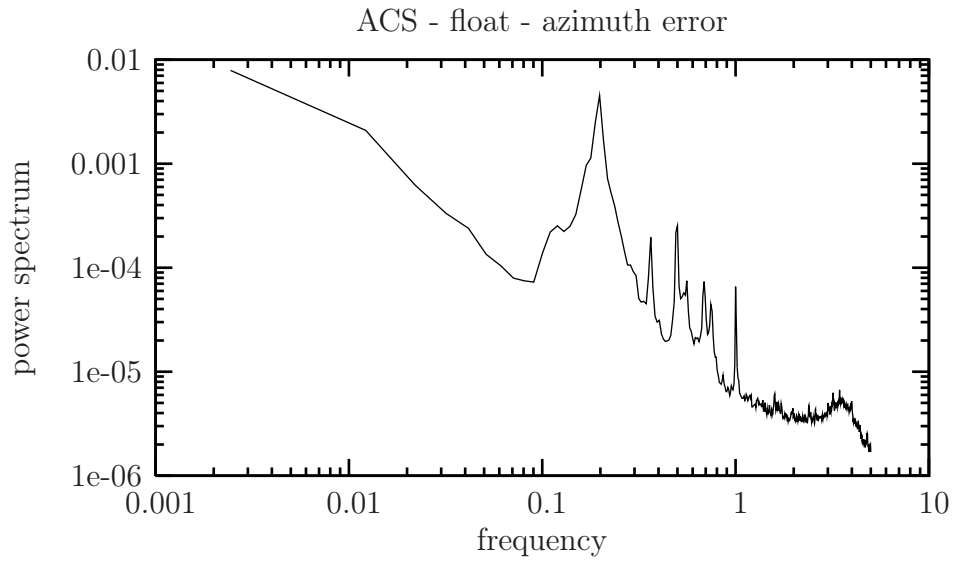


FIGURE 11. Spettro di rumore correzione azimuth

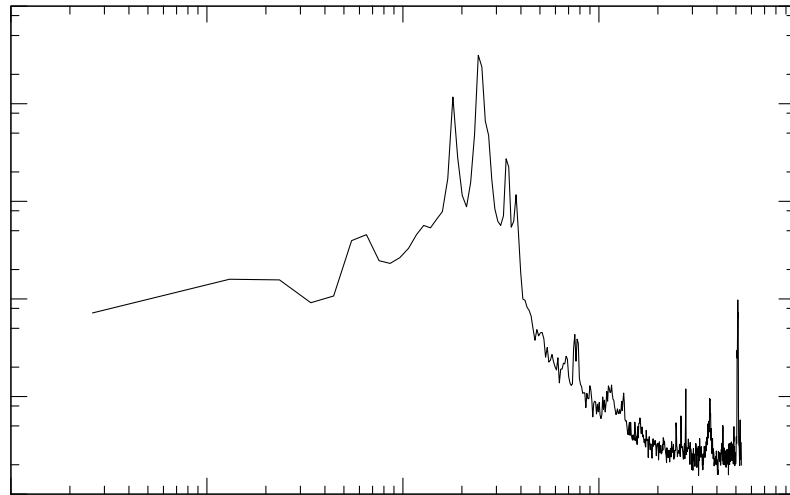


FIGURE 12. Spettro di rumore correzione giroscopio

```

float roll, pitch; /* angles in degrees */
float roll_r, pitch_r; /* angles in rad */
float deg2rad = 3.14159/180.; /* degree to rad conversion */
float c_roll, c_pitch; /* cosine of angles */

```

```
float s_roll,s_pitch; /* sine of angles */
float Bx,By,Bz; /* magnetic fields seen by coils */
float declination_true; /* declination without errors */
float declination_estimated; /* declination evaluated */
float declination_error; /* error in declination */
int code;
int no_roll_flag = 0;
int no_pitch_flag = 0;
float step = 5.;
float roll_start = -90.;
float roll_end = 90.;
float pitch_start = -90.;
float pitch_end = 90.;
static char *RcsId="$Id: declination.c,v 1.2 2004/02/24 13:49:56 ibex Exp $";

while ((code=getopt(argc,argv,"hrps:f:l:")) != EOF)
    switch (code) {
        case 'f':
roll_start = pitch_start = (float)(atoi(optarg));
break;
        case 'l':
roll_end = pitch_end = (float)(atoi(optarg));
break;
        case 'r': no_roll_flag=1;
roll_start=0.;
roll_end=0.;
break;
        case 'p': no_pitch_flag=1 ;
pitch_start = 0.;
pitch_end = 0.;
break;
        case 's': step=0.1*atoi(optarg);
break;
        case 'h': printf("%s\n\n",RcsId);
printf("Usage declination [- r|p] [-s xxx] [-f yyy] [-l zzz]\n");
printf("\t-r\t\t roll set to 0\n");
printf("\t-p\t\t pitch set to 0\n");
printf("\t-s\t\t step set to 0.1*xxx\n");
printf("\t-f\t\t first angle set to yyy\n");
printf("\t-l\t\t last angle set to zzz\n");
return 0;
break;
```

```

}

/*
read magnetic field components
*/
fscanf(stdin,"%f",&x); /* magnetic field along x axis */
fscanf(stdin,"%f",&y); /* magnetic field along y axis */
fscanf(stdin,"%f",&z); /* magnetic field along z axis */
fprintf(stdout,"# %s\n",RcsId);
fprintf(stdout,"# roll range %10.2f %10.2f\n",roll_start,roll_end);
fprintf(stdout,"# pitch range %10.2f %10.2f\n",pitch_start,pitch_end);
fprintf(stdout,"# magnetic %10.2f %10.2f %10.2f\n",x,y,z);

for (roll=roll_start; roll<=roll_end ;roll+=step) {
    roll_r = roll * deg2rad; /* convert to rad */
    c_roll = cos(roll_r); /* compute cosine */
    s_roll = sin(roll_r); /* compute sine */

    for (pitch=pitch_start; pitch<=pitch_end ;pitch+=step) {
        pitch_r = pitch * deg2rad; /* convert to rad */
        c_pitch = cos(pitch_r); /* compute cosine */
        s_pitch = sin(pitch_r); /* compute sine */
/*
evaluate the fields measured by the three coils
*/
        Bx = c_pitch*x+s_pitch*(s_roll*y+c_roll*z);
        By = c_roll*y -s_roll*z;
        Bz = -s_pitch*x+c_pitch*(s_roll*y+c_roll*z);
/*
evaluate declinations
*/
        declination_true = -atan(y/x)/deg2rad;
        declination_estimated = -atan(By/Bx)/deg2rad;
        declination_error=declination_estimated-declination_true;
        fprintf(stdout,"%f %f %f\n",pitch,roll,declination_error);
    }
    if (no_pitch_flag == 0) fprintf(stdout,"\n");
}
return 0;
}

```

4. SHELL SCRIPT

```
#!/bin/bash
while getopts "H:hl:L:t:" string ; do
case $string in
H) height=$OPTARG
echo height $height
;;
l) latitude=$OPTARG
echo latitude $latitude
;;
L) longitude=$OPTARG
echo longitude $longitude
;;
t) time=$OPTARG
echo time $time
;;
h) echo "Usage: $0 -H height_meters -l latitude -L longitude -t time"
exit
;;
esac
done
[[ -z $height ]] || [[ -z $latitude ]] || [[ -z $longitude ]] || [[ -z $time ]]
echo "Usage: $0 -H height_meters -l latitude -L longitude -t time" && exit

#ln -s ~/Software/Prog-Geophysics/geomag .
#ln -s ~/Software/Prog-Geophysics/WMM.COF .

make declination

cat << EOF > Xdat
$latitude
$longitude
$height
$time
EOF

#step 1: assume no roll in platform

./geomag < Xdat | awk '(NR>22)&&(NR<26) {print $3}' | ./declination -r > no_roll
cat << EOF > gnu.plot
set title "Roll = 0"
```

```
set xlabel "pitch"
set ylabel "error"
set nokey
set grid
plot "no_roll.dat" u 1:3 w l
pause 5
quit
EOF
#gnuplot gnu.plot

#step 2: assume no pitch in platform

./geomag < Xdat | awk '(NR>22)&&(NR<26) {print $3}' | ./declination -p > no_pit
cat << EOF > gnu.plot
set title "Pitch = 0"
set xlabel "roll"
set ylabel "error"
set nokey
set grid
plot "no_pitch.dat" u 2:3 w l
pause 5
quit
EOF
#gnuplot gnu.plot

#step 3: generic case

./geomag < Xdat | awk '(NR>22)&&(NR<26) {print $3}' | ./declination > generic.d
cat << EOF > gnu.plot
set title "generic"
set xlabel "roll"
set ylabel "error"
set nokey
set grid
#plot "generic.dat" u 2:3 w l
splot "generic.dat" w l
pause 5
quit
EOF
gnuplot gnu.plot

rm gnu.plot Xdat
```

exit